*Lycée secondaire Bennane-Bodher* *Année scolaire:2008/2009*

 ***Feuille d'exercices n°10***

*3eme Math* et Sc (***Suites réelles)*** *Mr: Bouhouch Ameur*

1. Soit $\left(u\_{n}\right)\_{n\in N}$  la [suite](http://homeomath.imingo.net/suite.htm) définie par *un*= 2n - 1
a)  Montrer que $\left(u\_{n}\right)\_{n\in N}$  est une suite [arithmétique](http://homeomath.imingo.net/suitear.htm) dont on précisera le premier terme u0 et la raison r.
b) Calculer en fonction de n, la somme :
 Sn *= u0 + u1+ ......+un*2. Soit $\left(v\_{n}\right)\_{n\in N}$  la suite définie par  $v\_{n}=2^{u\_{n}}$
a) Montrer que la suite$\left(v\_{n}\right)\_{n\in N}$  est une suite [géométrique](http://homeomath.imingo.net/suitgeo.htm) pour laquelle on précisera le premier terme *v0* et la raison q.
b) Calculer  en fonction de n

***Exercice n°1:***(

Soit un nombre réel de l'intervalle ]0,1[.

On considère la suite (Un) définie sur IN par: U0=1 et Un+1=,nIN.

1) a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a: Un.

 b) Montrer que (Un) est une suite croissante.

2) Soit la suite (Vn) définie sur IN par : Vn=

 a) Montrer que (Vn) est une suite arithmétique.

 b) Exprimer Vn en fonction de n et .En déduire Un en fonction de n et.

 c) Calculer la limite de la suite (Un) en fonction de .

3) **Application:**

 Etudier la limite de la suite () définie par: =1 et = ; nIN.

***Exercice n°2:***

On considère la suite (Un) définie sur IN par U0=0 et Un+1=

1) Calculer U1 et U2. En déduire que la suite (Un) n'est ni arithmétique ni

 géométrique.

2) Montrer par récurrence que pour tout nIN , on a : .

3) Montrer que pour tout réel [0,], on a : .

4) a) Montrer alors que Un=  pour tout nIN.

 b) Calculer la limite de la suite (Un).

5) Déduire la valeur exacte de cos.

***Exercice n°3:***

Soit la suite réelle (Un) définie sur IN\* par: Un= où E(*x*) désigne la partie entière de *x* .

1) Montrer que pour tout IR, on a : .

2) En déduire que : Un pour tout nIN\*.

3) calculer alors la limite de la suite (Un).

***Exercice n°4:***

Soit la suite réelle (Un) définie sur IN par : U0=0; U1=1 et Un+2=aUn+1+(1-a)Un pour tout nIN et a un réel tel que : 0<a<2.

1) Soit la suite (Vn) définie sur IN par : Vn=Un+1 – Un

 a) Montrer que (Vn) est une suite géométrique de raison q=a-1.

 b) Calculer (Vn) en fonction de n et a.

2) Soit la suite (Wn) définie sur IN par Wn=Un+1 + (1-a)Un .

 Montrer que Wn=1 pour tout nIN .

3) Prouver que (2-a)Un=Wn – Vn .

4) Calculer la limite de la suite (Un) en fonction de a .

***Exercice n°5:***

Soient les deux suites (Un) et (Vn) définies sur IN par : U0=1, V0=2 et pour tout nIN , Un+1=(2Un+Vn) et Vn+1=(Un+2Vn) .

1) Soit la suite Wn=Vn –Un , pour tout nIN.

 a) Montrer que Wn est une suite géométrique dont on précisera la raison .

 b) En déduire que Un = Vn .

2) Montrer par récurrence que pour tout nIN, on a: Un+Vn=3 .

3) En déduire que (Un) et (Vn) sont convergentes vers une même limite qu'on

 déterminera.